ÁLGEBRA BOOLEANA

- Desarrollada por George Boole
- Herramienta para representar proposiciones lógicas en forma algebraica
- Se aplica en representación de circuitos lógicos y diseño digital

EXPRESIONES BOOLEANAS

- Uso de variables booleanas (cuyos valores son 1 ó 0)
- Ver ejemplo 5.1 (pág. 179) del libro *Matemáticas para la computación* de *José A. Jiménez Murillo*

- Minitérmino: Es un producto booleano en la que cada variable aparece sólo una vez; es decir, es una expresión lógica que se compone de variables y los operadores lógicos AND y NOT. P. ejem. ABC y AB'C.

- Maxitérmino: Es una expresión lógica que se compone de variables y los operadores lógicos OR y NOT. P. ejem. A+B'+C y A'+B+C.

- En álgebra booleana, se conoce como forma canónica de una expresión, a todo producto o suma en la cual aparecen todas sus variables en su forma directa o inversa.

- Una expresión lógica puede expresarse en forma canónica usando minitérminos o maxitérminos.

- Todas las expresiones lógicas son expresables en forma canónica como una "suma de minitérminos" o como un "producto de maxitérminos".

PROPIEDADES DE LAS EXPRESIONES BOOLEANAS

a) Formadas con variables booleanas
b) Valores de 1 (verdadero) ó 0 (falso)
c) Puede tener constantes booleanas (1 ó 0)
d) Puede tener operadores lógicos: AND (&, ^), OR (V) y NOT (¬, ‘, -, ~)

- Multiplicación lógica: AND
    - xy = x · y = (x)(y)
- Suma lógica: OR
    - x + y
- Complemento (negación): NOT
    - x’

e) Se puede obtener el resultado lógico de una expresión booleana aplicando las tablas de verdad (valores de certeza)
f) Se puede aplicar la Ley de Morgan

EJEMPLO DE EXPRESIONES BOOLEANAS

- Suponga que un sistema lógico tiene 3 variables de entrada (A, B y C) y la salida de la función (F) se comporta de acuerdo a la siguiente tabla de verdad:

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Representación de la expresión booleana:

$$F = A'B'C + AB'C' + ABC'$$

LEYES DEL ÁLGEBRA BOOLEANA

1.- Existencia de neutros

$$x + 0 = x$$
$$x \cdot 1 = x$$

2.- Conmutatividad

$$x + y = y + x$$
$$x \cdot y = y \cdot x$$

3.- Asociatividad

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$
$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$$

4.- Distributividad

$$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$$
$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$$

5.- Complementos

$$x + x' = 1$$
$$x \cdot x' = 0$$

TEOREMAS DEL ÁLGEBRA BOOLEANA

1.- Idempotencia

$$x + x = x$$
$$x \cdot x = x$$

2.- Identidad de los elementos 0 y 1

$$x + 1 = 1$$
$$x \cdot 0 = 0$$

3.- Absorción

$$x + (x \cdot y) = x$$
$$x \cdot (x + y) = x$$

4.- Complemento de 0 y 1

$$0' = 1$$
$$1' = 0$$

5.- Involución (doble negación)

$$(x')' = x$$

5.- Leyes de Morgan

$$(x + y)' = x' \cdot y'$$
$$(x \cdot y)' = x' + y'$$

a) Cambiar cada + por · y viceversa
b) Complementar (negar) cada término
c) Complementar (negar) la expresión completa

TABLA DE TEOREMAS DEL ÁLGEBRA BOOLEANA

Nú	Teorema	Dual
1	0A = 0	1 + A = 1
2	1A = A	0 + A = A
3	AA = A	A + A = A
4	AA’ = 0	A + A’ = 1
5	AB = BA	A + B = B + A
6	ABC = A(BC)	A+B+C = A+(B+C)
7	(ABC)’ = A’+B’+C’	(A+B+C)’ = A’B’C’
8	AB+AC = A(B+C)	(A+B)(A+C) = A+BC
9	AB+AB’ = A	(A+B)(A+B’) = A
10	A+AB = A	A(A+B) = A
11	A+A’B = A+B	A(A’+B) = AB
12	CA+CA’B = CA+CB	(C+A)(C+A’+B) = (C+A)(C+B)
13	AB+A’C+BC=AB+A’C	(A+B)(A’+C)(B+C)=(A+B)(A’+C)

SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES BOOLEANAS MEDIANTE EL USO DE TEOREMAS

Simplificar la siguiente expresión booleana:

$$F=A'B+(ABC)'+C(B'+A)$$

Expresión simplificada	Teorema aplicado
$F=A'B+A'+B'+C'+C(B'+A)$	7
$F=A'B+A'+B'+C'+CB'+CA$	8
$F=A'B+A'+B'+CB'+C'+CA$	5
$F=A'(B+1)+B'+CB'+C'+CA$	8
$F=A'(B+1)+B'(1+C)+C'+CA$	8
$F=A'1+B'(1+C)+C'+CA$	1
$F=A'+B'(1+C)+C'+CA$	2
$F=A'+B'1+C'+CA$	1
$F=A'+B'+C'+CA$	2
$F=A'+B'+C'+A$	11
$F=(A+A')+B'+C'$	6
$F=1+B'+C'$	4
$F=(1+B')+C'$	1
$F=1+C'$	1
$F=1$	1

SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES BOOLEANAS MEDIANTE MAPAS DE KARNAUGH

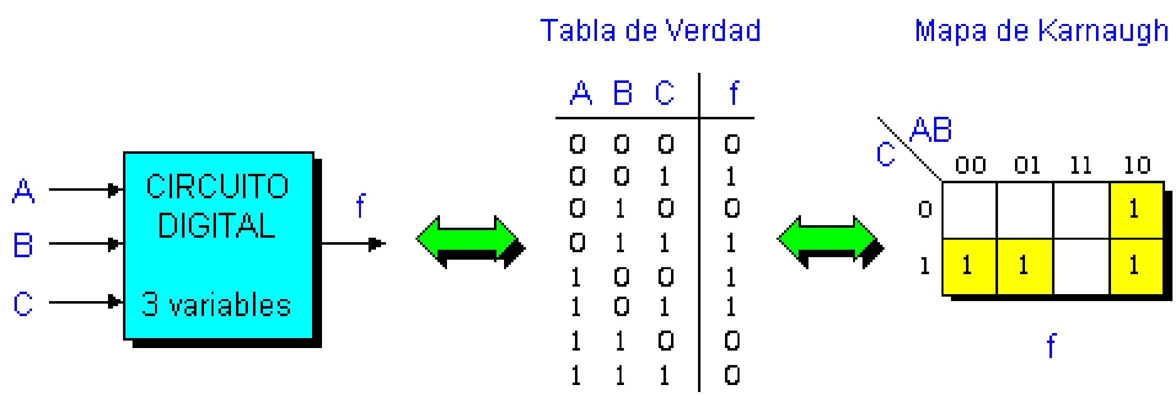
- Creados en 1950 por Maurice Karnaugh (físico y matemático de los Laboratorios Bell).
- Evita hacer cálculos (aprovecha la capacidad humana del reconocimiento de patrones).
- Son representaciones bidimensionales de la tabla de verdad de la función a simplificar
- Un mapa es un diagrama compuesto de celdas, donde cada una representa un minitérmino
- La cantidad de celdas del mapa es 2^n; donde *n* representa la cantidad de variables
- Se recomiendan para expresiones de hasta 6 variables
- Generan expresiones en una de las formas estándar: suma de productos ó producto de sumas

REPRESENTACIÓN DE EXPRESIONES CON MAPAS DE KARNAUGH

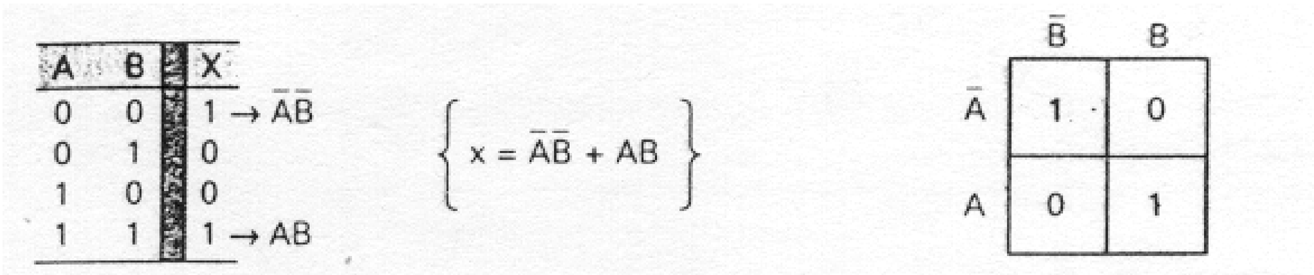
- Un mapa de Karnaugh es una representación gráfica de la tabla de verdad

- La tabla de verdad tiene un renglón por cada minitérmino

- El mapa de Karnaugh tiene una celda por cada minitérmino



EJEMPLO



(a)

- La función X es 1 cuando:
  - o A=0 y B=0
  - o A=1 y B=1

- O sea, la función X = A’B’ + AB

- En estos casos, se coloca un 1 en la celda A’B’ y en la celda AB del mapa

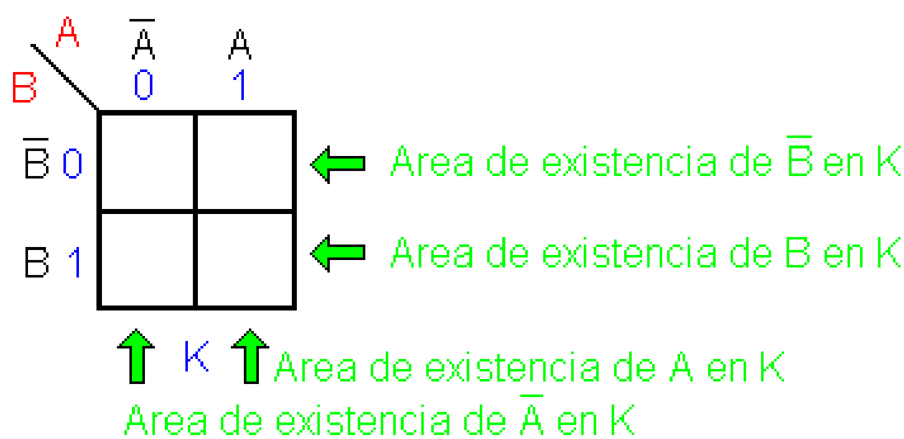
- Las demás celdas se rellenan con 0

- Las celdas del mapa se marcan de tal forma que los cuadros adyacentes (tanto horizontales como verticales) sólo difieren en una variable

- El orden de las etiquetas de las celdas es: 00 (A’B’), 01 (A’B), 11 (AB) y 10(AB’)

- Cuando una expresión tiene 2 variables, entonces existen 4 combinaciones ($2^n=4$) (A=0 y B=0, A=0 y B=1, A=1 y B=0, A=1 y B=1)

- Por lo tanto, el mapa *K* tiene 4 celdas (cada celda corresponde a un minitérmino)



MÁS EJEMPLOS

A	B	C	X	
0	0	0	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	1	$\rightarrow AB\bar{C}$
1	1	1	0	

$$\left\{ \begin{aligned} X = {} & \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C \\ & + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} \end{aligned} \right\}$$

(b)

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	0

A	B	C	D	X	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}D$
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}D$
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	$\rightarrow AB\bar{C}D$
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	$\rightarrow ABCD$

$$\left\{ \begin{aligned} X = {} & \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D \\ & + AB\bar{C}D + ABCD \end{aligned} \right\}$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

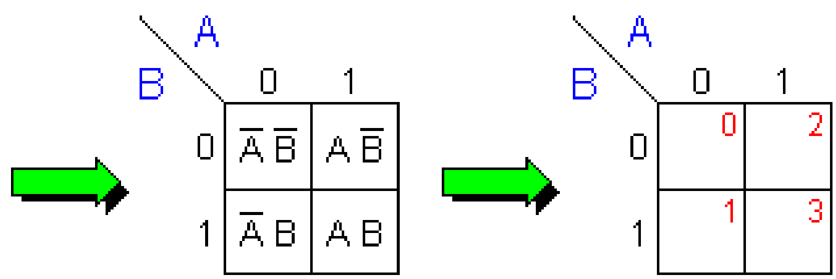
MAPAS DE KARNAUGH DE 2 VARIABLES

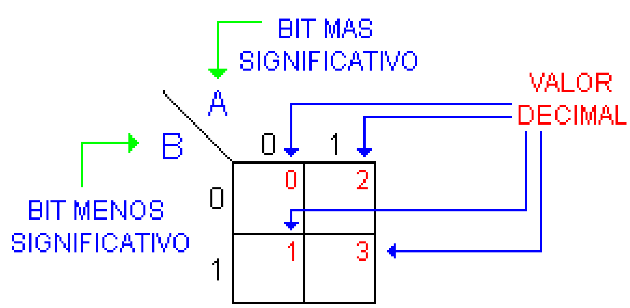
- Sea *f* una función de 2 variables *f(A, B)*

- Se forma un mapa de $2^2=4$ minitérminos (celdas)

- Una forma más sencilla de representar el minitérmino en la celda es señalando su valor decimal

A	B	mintermino
0	0	$\bar{A}\,\bar{B} = m_0$
0	1	$\bar{A}\,B = m_1$
1	0	$A\,\bar{B} = m_2$
1	1	$A\,B = m_3$





MAPAS DE KARNAUGH DE 3 VARIABLES

- Sea *f* una función de 3 variables *f(A, B, C)*

- Se forma un mapa de $2^3=8$ minitérminos

- Es importante colocar las variables en el orden indicado de más a menos significativo (A, B, C); ya que de otra forma el valor decimal sería diferente

A	B	C	mintermino
0	0	0	$\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} = m_0$
0	0	1	$\bar{A}\,\bar{B}\,C = m_1$
0	1	0	$\bar{A}\,B\,\bar{C} = m_2$
0	1	1	$\bar{A}\,B\,C = m_3$
1	0	0	$A\,\bar{B}\,\bar{C} = m_4$
1	0	1	$A\,\bar{B}\,C = m_5$
1	1	0	$A\,B\,\bar{C} = m_6$
1	1	1	$A\,B\,C = m_7$

minterminos

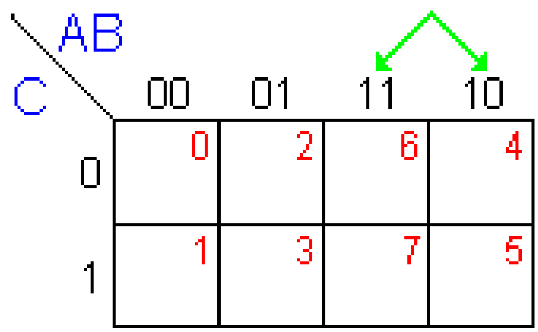
C \ AB	00	01	11	10
0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$	$AB\bar{C}$	$A\bar{B}\bar{C}$
1	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	ABC	$A\bar{B}C$

valor decimal

C \ AB	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

- Note que en las columnas AB no se sigue el orden progresivo de valores, 00, 01, 10 y 11; sino 00, 01, 11 y 10.

- Esto se debe a que el proceso de minimización depende de la ubicación de las celdas en el mapa; ya que, entre una celda y otra (en forma horizontal o en forma vertical) sólo debe cambiar 1 variable (adyacencia lógica).



PROCEDIMIENTO PARA ELABORAR MAPAS DE KARNAUGH

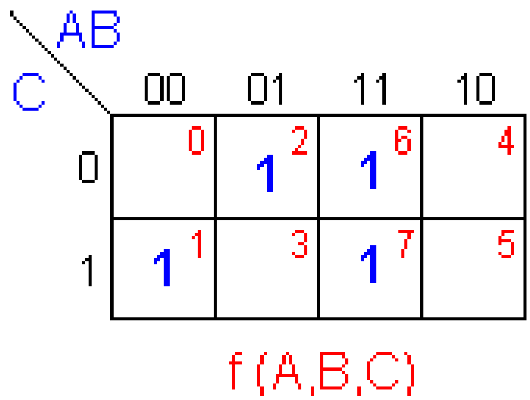
1. Desde la tabla de verdad

- Sea *f* una función de 3 variables *f(A, B, C)* cuya tabla de verdad es la siguiente:

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

- Se obtiene el mapa colocando un 1 en las celdas correspondientes a las combinaciones (minitérminos) en las que la función *f=1*

- En este caso, las combinaciones son: A'B'C, A'BC', ABC' y ABC



- Por lo tanto ...

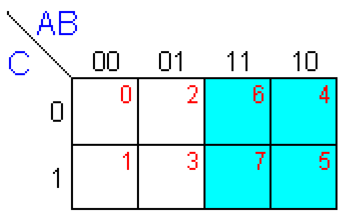
$$f = A'B'C + A'BC' + ABC' + ABC$$

2. Directamente de una función

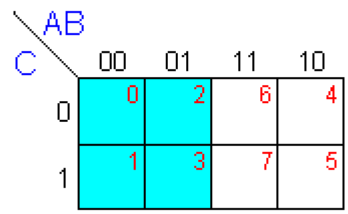
- Se pueden representar funciones canónicas o no canónicas.
- Sea f una función canónica de 3 variables

$$f = A'B'C + A'BC' + ABC' + ABC$$

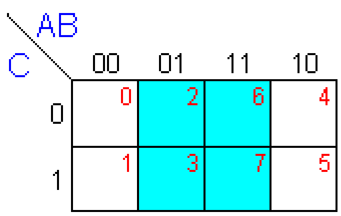
- Se representa el mapa colocando un 1 en la celda de existencia de A, A', B, B', C y C'.



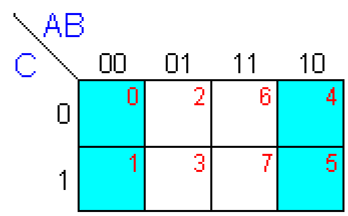
Presencia de A



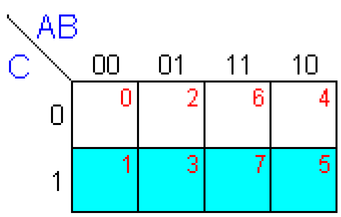
Presencia de A'



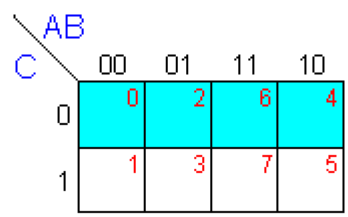
Presencia de B



Presencia de B'



Presencia de C



Presencia de C'

- Sea f una función no canónica de 3 variables

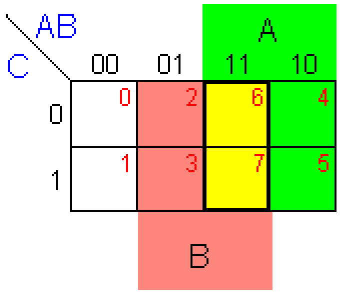
$$f = AB + A'BC' + A'B'C$$

- Esta expresión no es canónica porque el primer término no tiene todas las variables de la función.

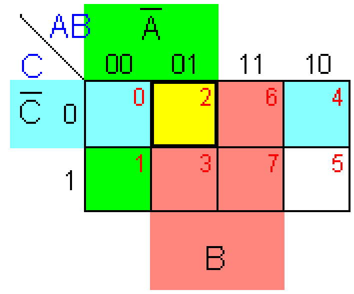
- La función es la UNIÓN de las áreas que representan cada uno de los términos y cada término es la INTERSECCIÓN de las áreas que representan sus variables.

- El término AB es la intersección de A=1 y B=1.
- El término A'BC' es la intersección de A=0, B=1 y C=0.
- El término A'B'C es la intersección de A=0, B=0 y C=1.

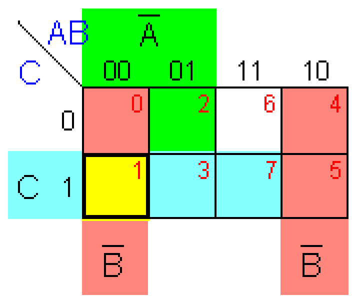
- El mapa final se obtiene mediante la UNIÓN de los tres resultados.



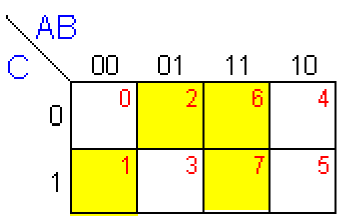
Término AB



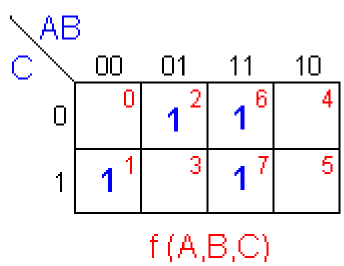
Término A'BC'



Término A'B'



Resultado de la unión



Colocando 1's

MAPAS DE KARNAUGH DE 4 VARIABLES

- Sea f una función de 4 variables $f(A, B, C, D)$

- Se forma un mapa de $2^4=16$ minitérminos.

- Se sigue el mismo procedimiento que para una función de 3 variables.

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

- Obsérvese el orden de colocación de las variables.

- Los renglones siguen el mismo orden de las columnas (00, 01, 11 y 10) para que haya adyacencia lógica.

MAPAS DE KARNAUGH DE 5 VARIABLES

- Sea *f* una función de 5 variables *f(A, B, C, D, E)*
- Se forma un mapa de $2^5=32$ minitérminos.

A = 0

DE \ BC	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

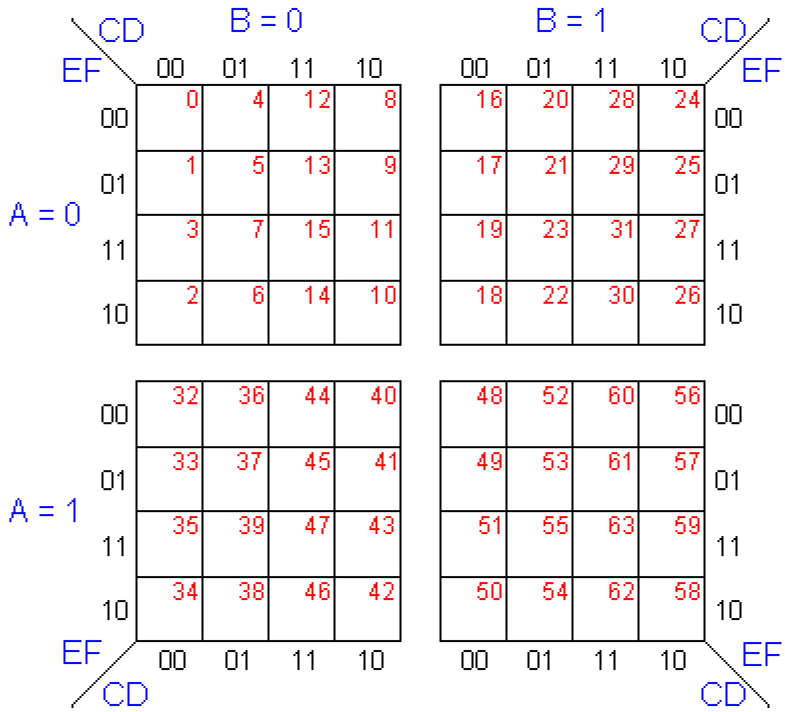
A = 1

BC / DE	00	01	11	10
00	16	20	28	24
01	17	21	29	25
11	19	23	31	27
10	18	22	30	26

- Obsérvese que ahora cada celda, además de ser adyacente en forma horizontal o vertical, también es adyacente a la celda que ocupa la misma posición en el cuadro cercano.
- Por ejemplo, la celda 15 (01111) es adyacente a las celdas 13, 7, 14, 11 y a la 31 (11111).
- Esto se debe a que solo cambia una variable entre una celda y otra.

MAPAS DE KARNAUGH DE 6 VARIABLES

- Sea *f* una función de 6 variables *f(A, B, C, D, E, F)*
- Se forma un mapa de $2^6=64$ minitérminos.



- Obsérvese que ahora cada celda, además de ser adyacente en forma horizontal o vertical, también es adyacente a la celda que ocupa la misma posición en el cuadro cercano horizontal y en el cuadro cercano vertical.

- Por ejemplo, la celda 10 (001010) es adyacente a las celdas 11 (001011), 14 (001110), 8 (001000), 2 (000010) y a las celdas 26 (011010) y 42 (101010).
- Esto se debe a que solo cambia una variable entre una celda y otra.

METODOLOGÍA PARA SIMPLIFICAR EXPRESIONES MEDIANTE MAPAS DE KARNAUGH

1. Convertir la expresión a una suma de productos (si es necesario):
   a. Algebraicamente
   b. Contruyendo la tabla de verdad

2. Dibujar el mapa

3. Cubrir **todos** los 1's del mapa mediante rectángulos de 2^n elementos (donde *n=0.. número de variables*); es decir, 2, 4, 8, 16, etc.
   a. Ningún rectángulo debe tener un 0
   b. Usar la mínima cantidad de rectángulos
   c. Hacer cada rectángulo tan grande como sea posible

4. Encontrar la suma de productos minimal
   a. Cada rectángulo es un término producto

b. Cada término se define encontrando las variables que hay en común en dicho rectángulo

5. Agrupar los rectángulos
   a. Para simplificar la expresión, se agrupan los 1's de celdas adyacentes en bloques cuadrados o rectangulares de **2, 4, 8, 16, ..., 2^n**. Estos se llaman implicantes primos.
   b. Si alguno de los rectángulos contiene algún 1 que no aparece en ningún otro rectángulo, entonces es un implicante primo esencial, los cuales deben aparecer de manera obligatoria en el resultado final.

NOTA:

- Cuando se desea obtener una "suma de productos", entonces se agrupan los 1's.
- Cuando se desea obtener un "producto de sumas", entonces se agrupan los 0's.
- Aunque las expresiones resultantes no son iguales, son lógicamente equivalentes.

EJEMPLO

- Simplificar la función

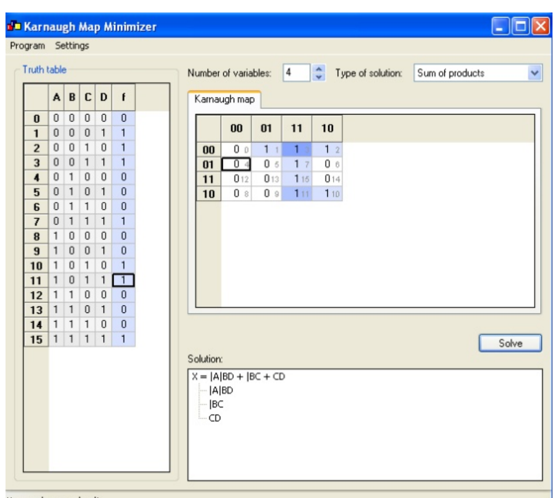
f= A'B'C'D + A'B'C + CD + AB'CD + AB'CD'

como una suma de productos y como un producto de sumas

a) Suma de productos

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	1	1
01			1	
11			1	
10			1	1

Por lo tanto la función simplificada (representada como una suma de productos) es: f= B'C + CD + A'B'D



b) Producto de sumas

AB \ CD	00	01	11	10
00	0			
01	0	0		0
11	0	0		0
10	0	0		

Por lo tanto la función simplificada (representada como un producto de sumas) es:

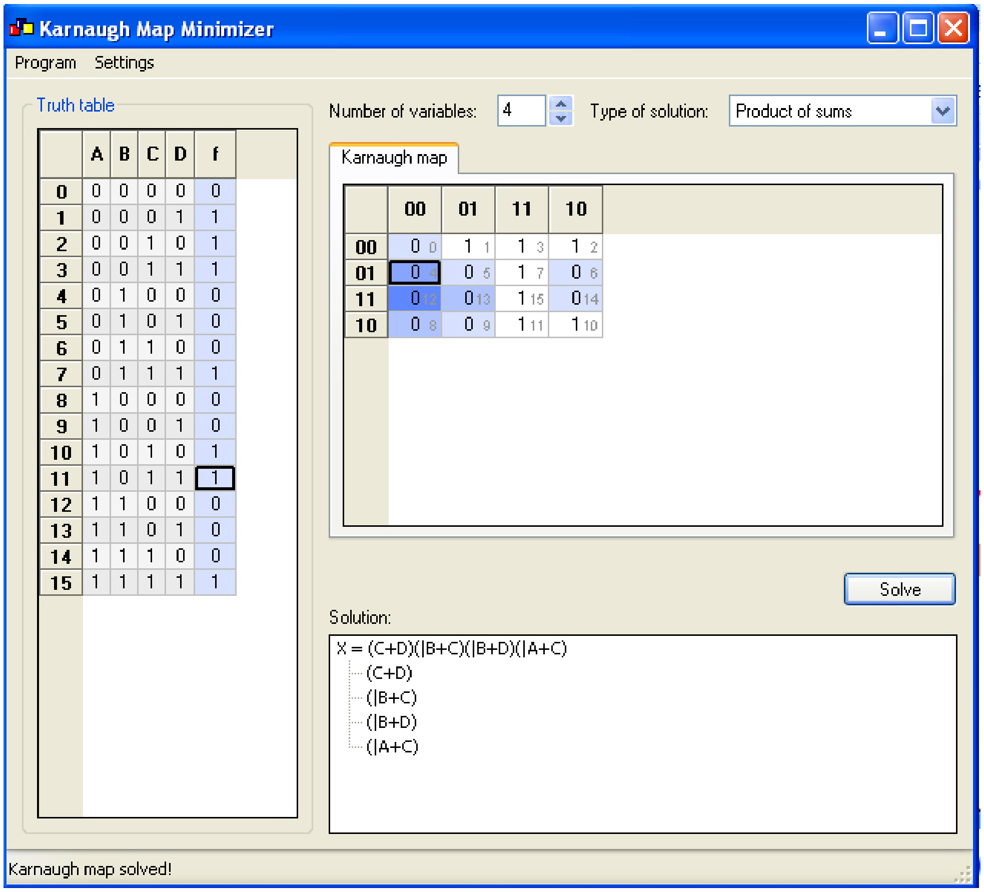
$$f' = C'D' + BD' + BC' + AC'$$

Nótese que la función está negada (f'), por lo tanto, deben complementarse ambos lados de la expresión, quedando:

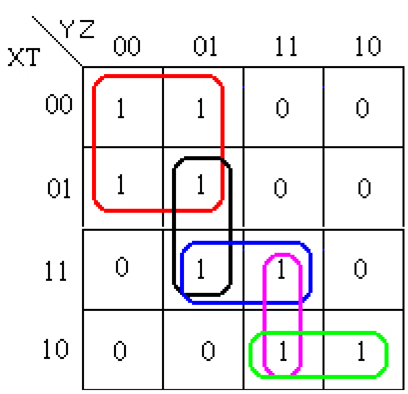
$$(f')' = (C'D' + BD' + BC' + AC')'$$

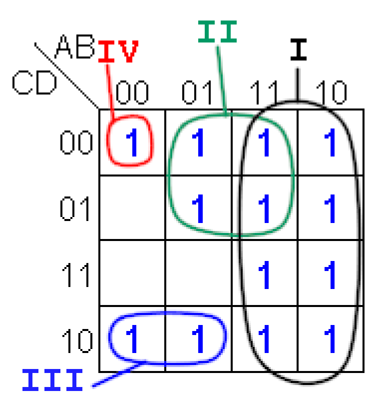
Aplicando la ley de Morgan queda la función simplificada como un producto de sumas:

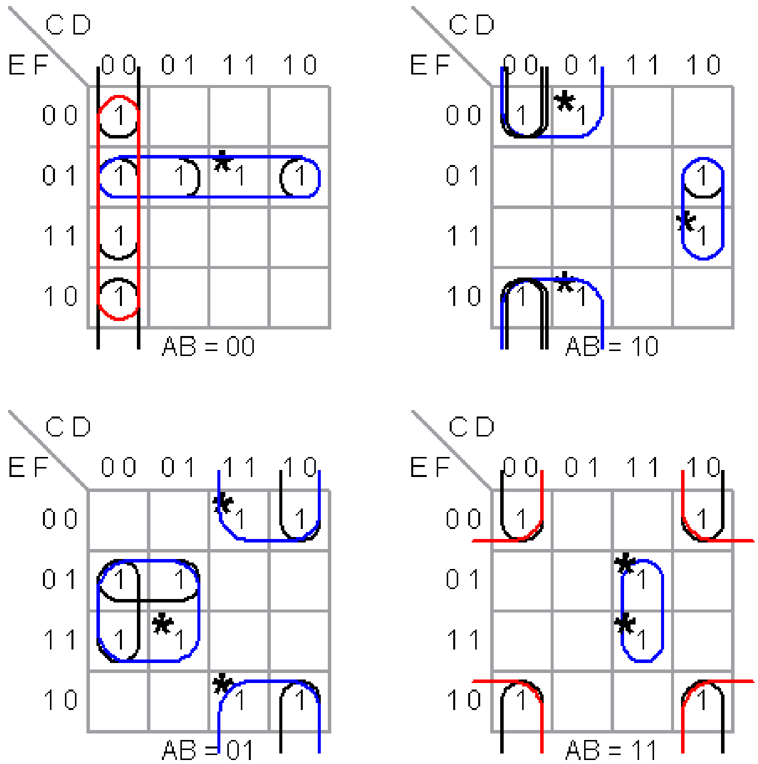
$$f = (C+D)(B'+D)(B'+C)(A'+C)$$

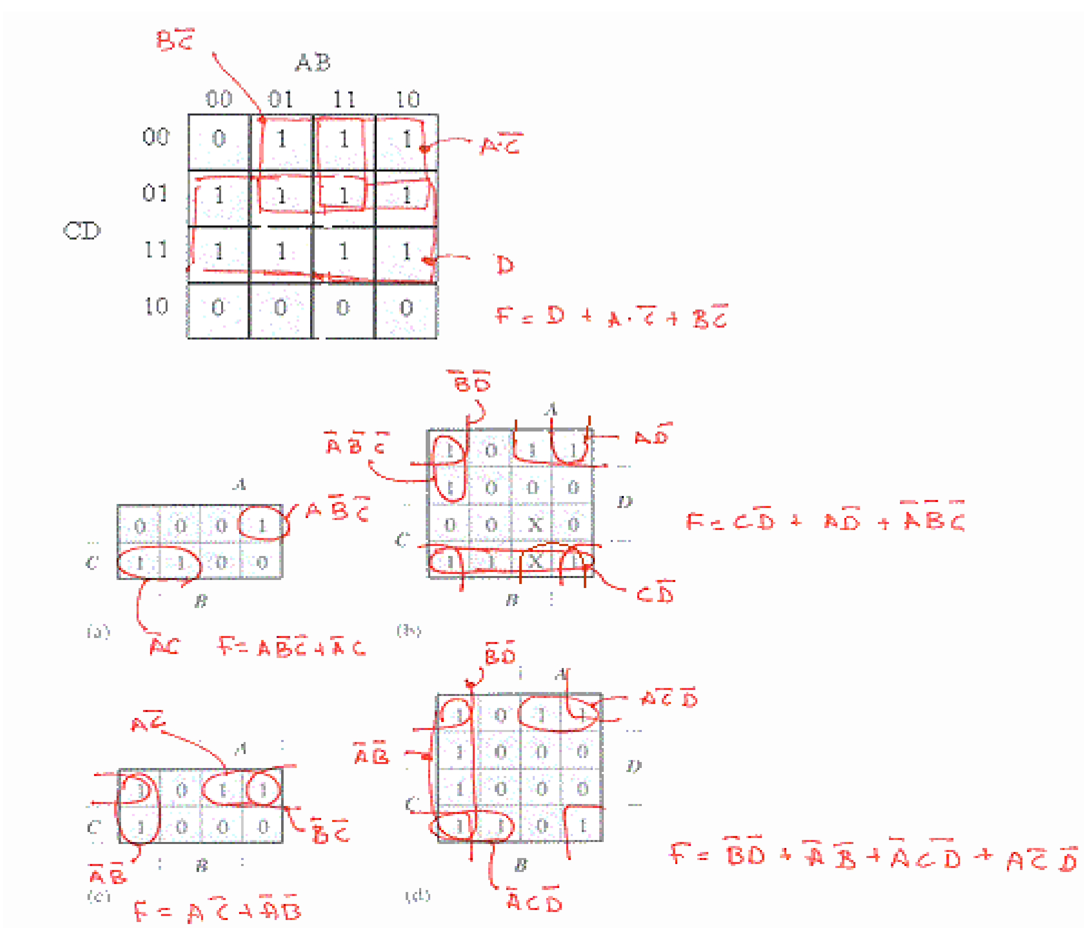


Otros ejemplos:






C D
E F
00 01 11 10
AB = 00
AB = 10
AB = 01
AB = 11

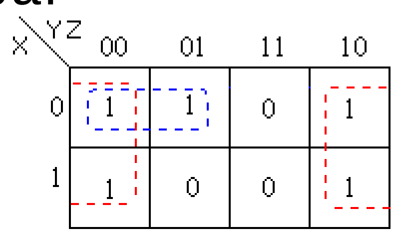

$B\bar{C}$
AB
CD
$A\cdot\bar{C}$
D
$F = D + A\cdot\bar{C} + B\bar{C}$
$\bar{B}\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
$A\bar{D}$
$A\bar{B}\bar{C}$
$F = C\bar{D} + A\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
$C\bar{D}$
$\bar{A}C$
$F = A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}C$
$A\bar{C}$
$\bar{A}\bar{B}$
$\bar{A}C\bar{D}$
$A\bar{C}\bar{D}$
$B\bar{C}$
$F = \bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C\bar{D} + A\bar{C}\bar{D}$
$F = A\bar{C} + \bar{A}\bar{B}$

EJERCICIO

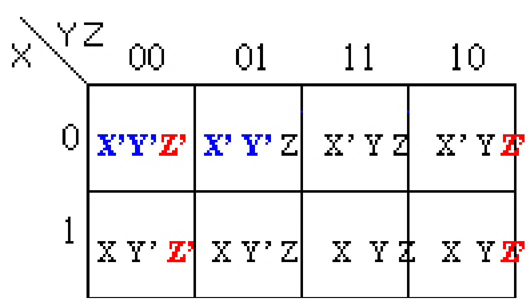
- Simplificar la función
  f = X'Y'Z' + X'Y'Z + X'YZ' + XY'Z' + XYZ'
  como una suma de productos
- Tabla de verdad

X	Y	Z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

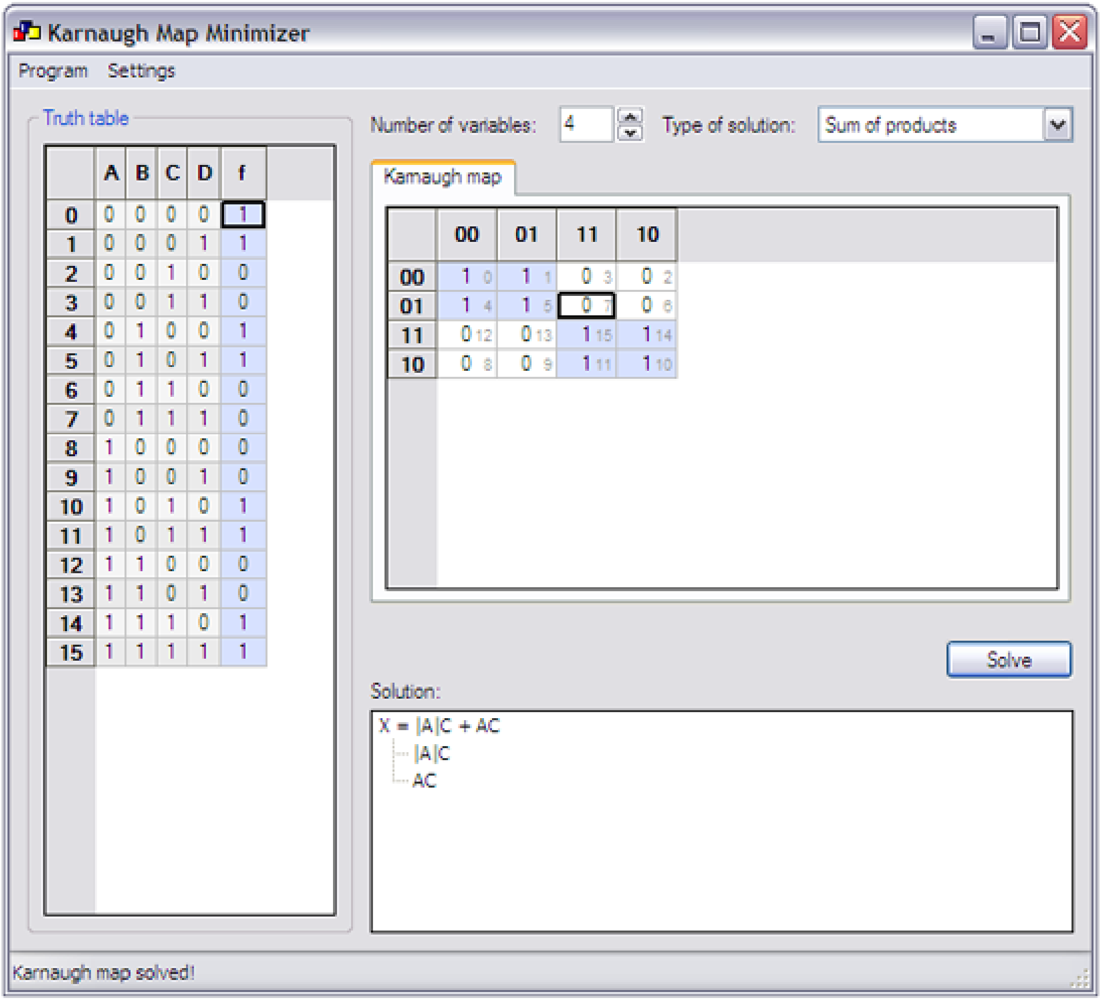
- Mapa y agrupar



- Solución: f = Z' + XY



SOFTWARE DE MAPAS DE KARNAUGH



Descargar de manera gratuita en:

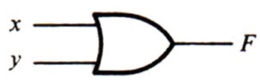
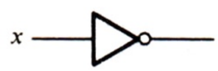
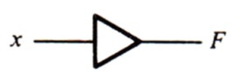
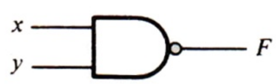
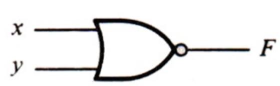
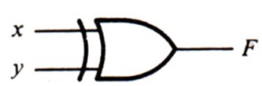
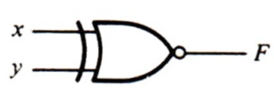
http://k-map.sourceforge.net/

TUTORIAL DE MAPAS DE KARNAUGH

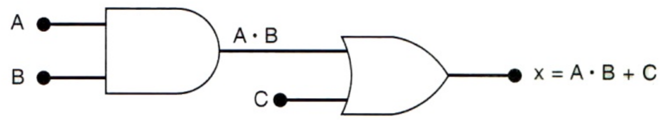
http://www.youtube.com/watch?v=DwdyHY3-nGs

COMPUERTAS LÓGICAS

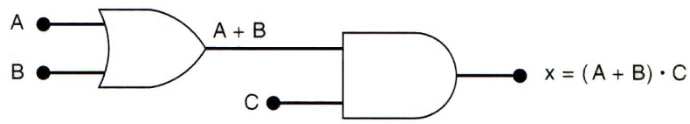
- Es una representación gráfica de una o más variables de entrada a un operador lógico para obtener como resultado una señal determinada de salida.

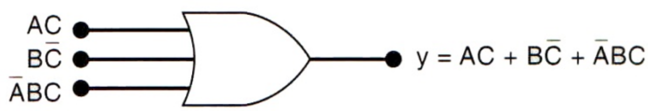
Nombre	Símbolo gráfico	Función algebraica	Tabla de verdad
AND		$F = xy$	x y | F 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OR		$F = x + y$	x y | F 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
Inversor		$F = x'$	x | F 0 | 1 1 | 0
Buffer		$F = x$	x | F 0 | 0 1 | 1
NAND		$F = (xy)'$	x y | F 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
NOR		$F = (x + y)'$	x y | F 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0
Excluyente-OR (XOR)		$F = xy' + x'y$ $= x \oplus y$	x y | F 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
Excluyente-NOR o equivalente		$F = xy + x'y'$ $= x \odot y$	x y | F 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1

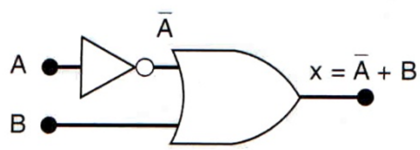
REPRESENTACIÓN DE EXPRESIONES CON COMPUERTAS LÓGICAS

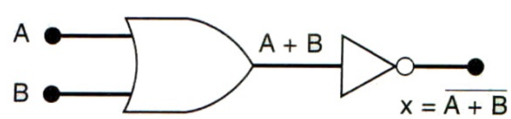


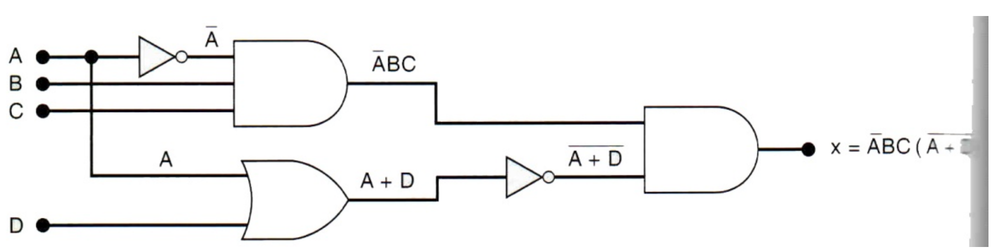
(a)

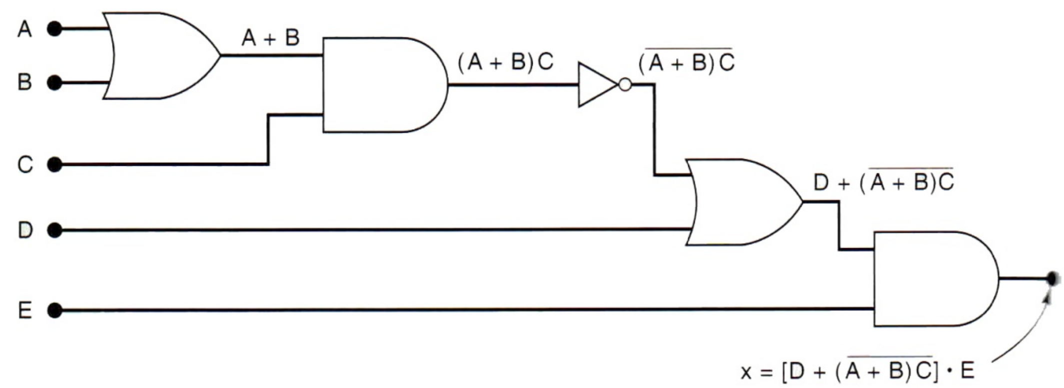


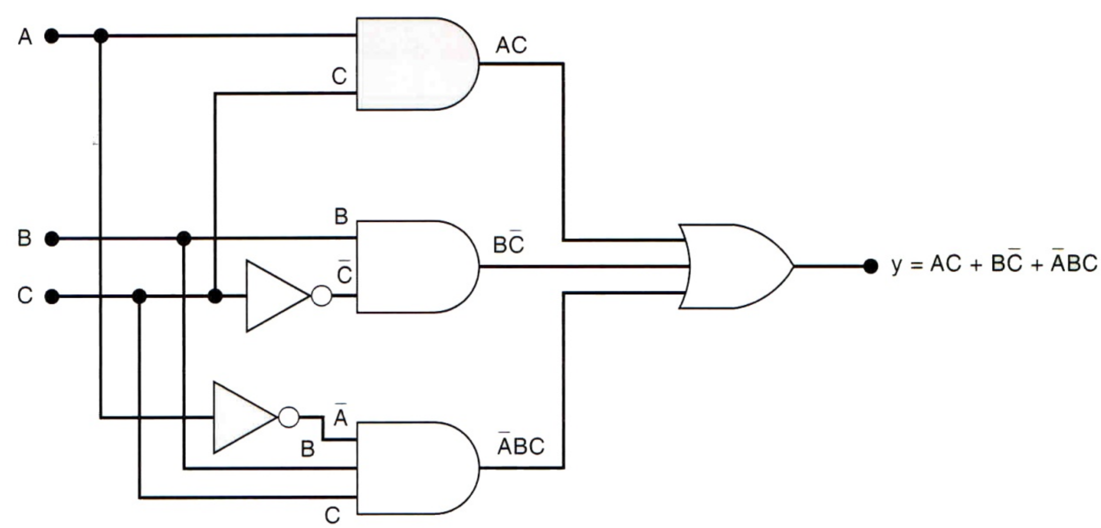


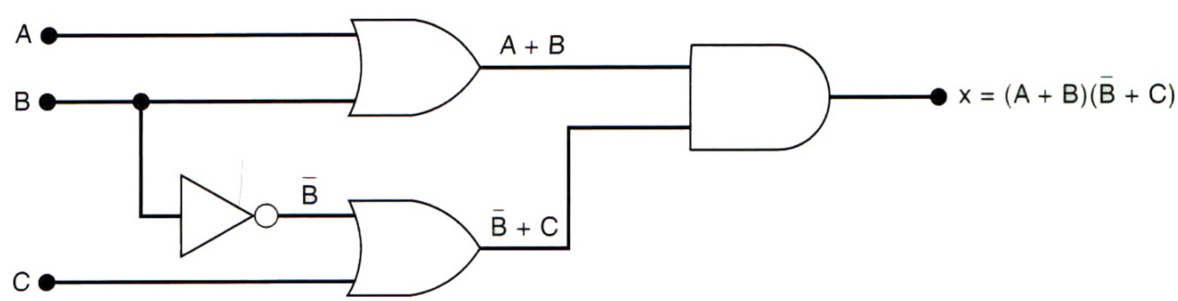




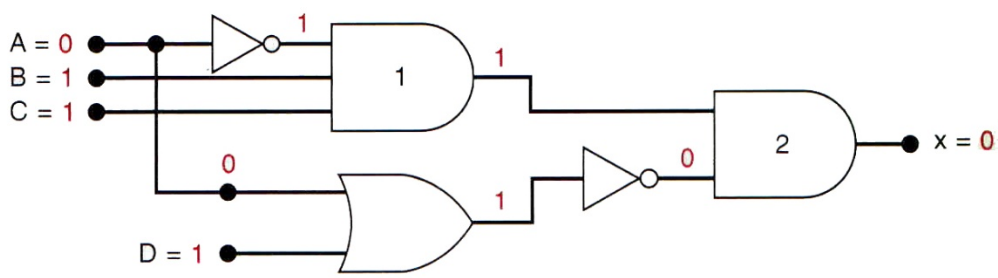



A
B
C
D
E
A + B
(A + B)C
$\overline{(A + B)C}$
D + $\overline{(A + B)C}$
x = [D + $\overline{(A + B)C}$] • E

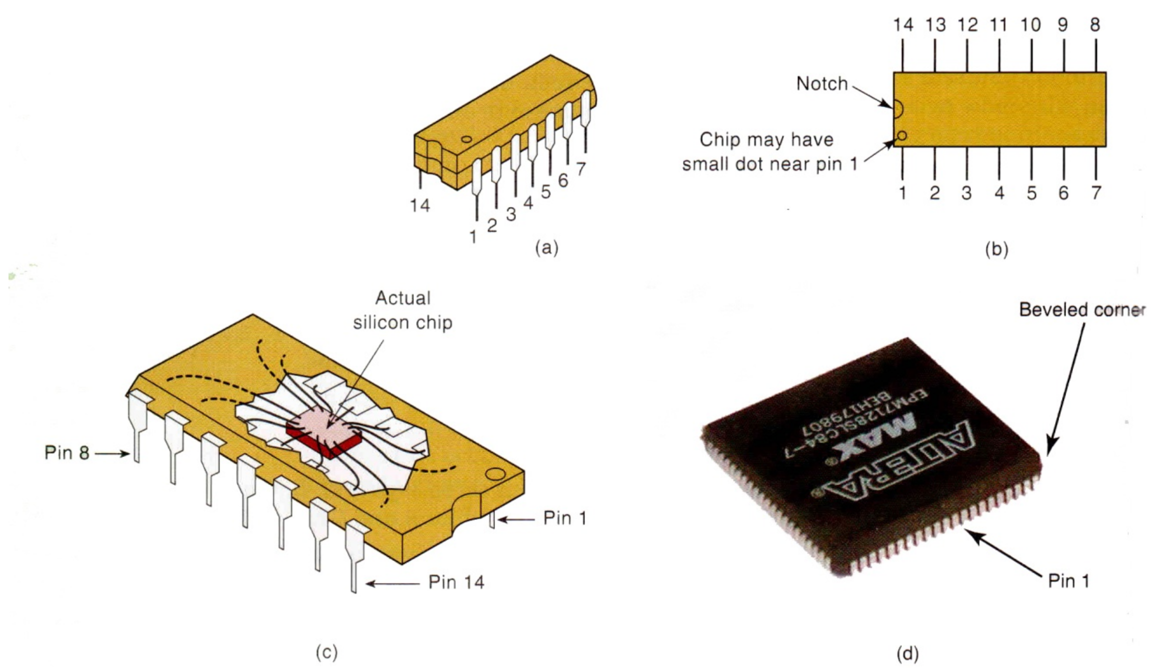

A
B
C
C
AC
B
$\overline{C}$
B$\overline{C}$
$\overline{A}$
B
C
$\overline{A}$BC
y = AC + B$\overline{C}$ + $\overline{A}$BC


A
B
C
A + B
$\overline{B}$
$\overline{B}$ + C
x = (A + B)($\overline{B}$ + C)

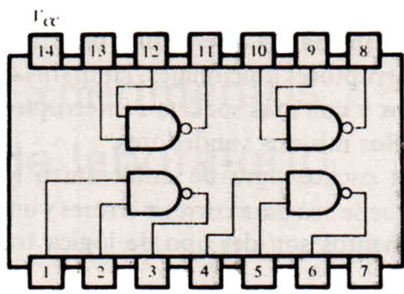
CÓMO DETERMINAR LA SEÑAL DE SALIDA DE UN CIRCUITO



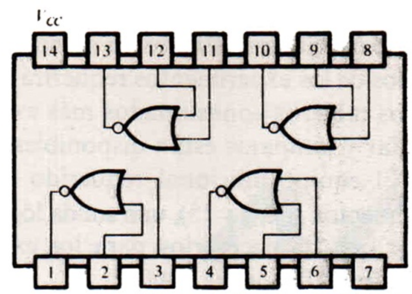
CIRCUITOS INTEGRADOS



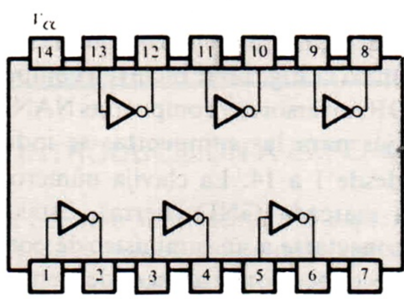
CIRCUITOS INTEGRADOS DE COMPUERTAS LÓGICAS



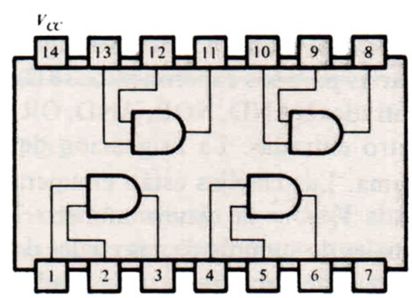
2-entrada NAND
7400



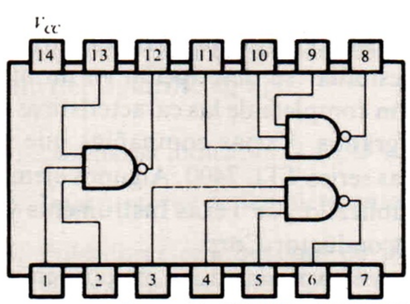
2-entrada NOR
7402



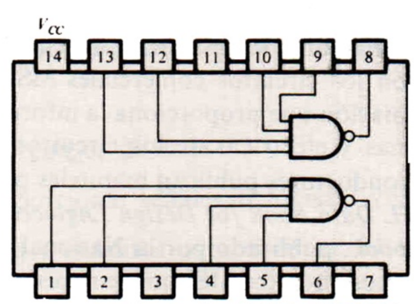
Inversores
7404



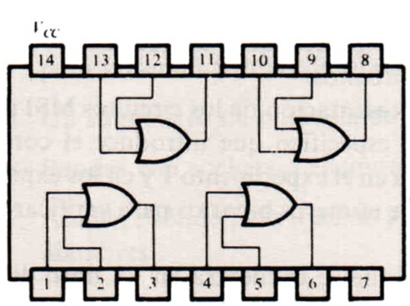
2-entrada AND
7408



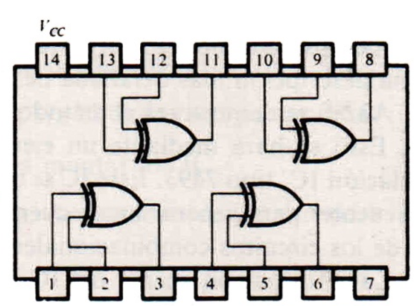
3-entrada NAND
7410



4-entrada NAND
7420

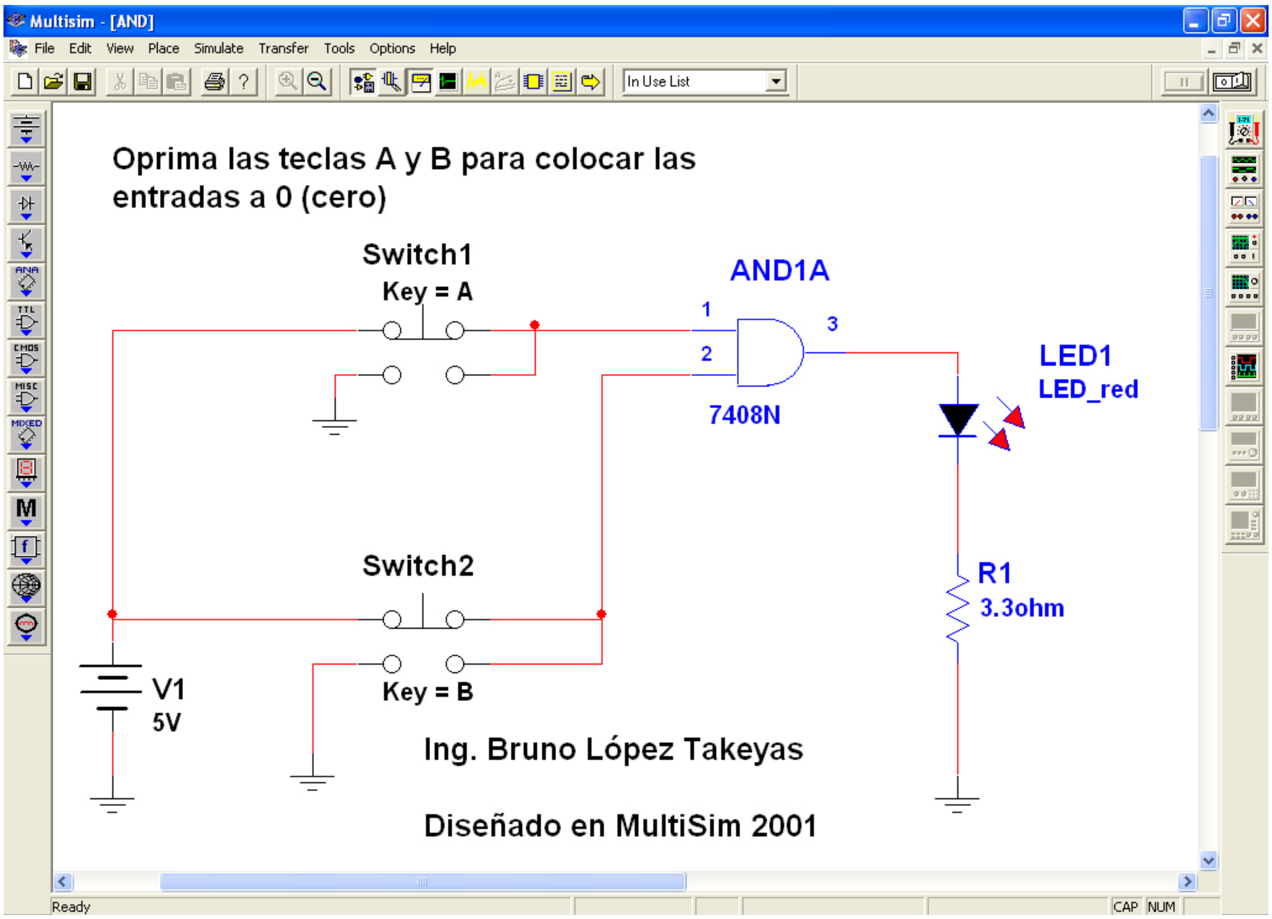


2-entrada OR
7432

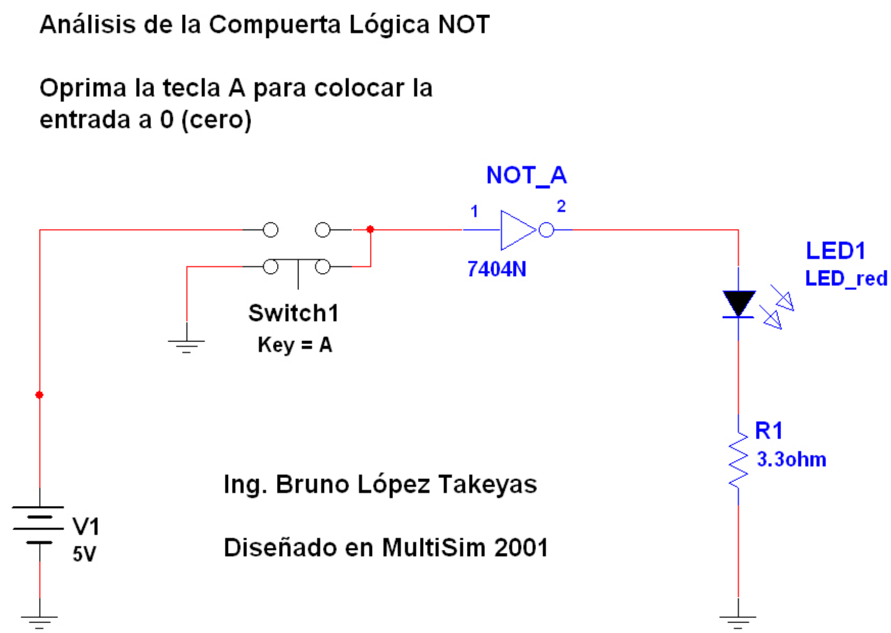


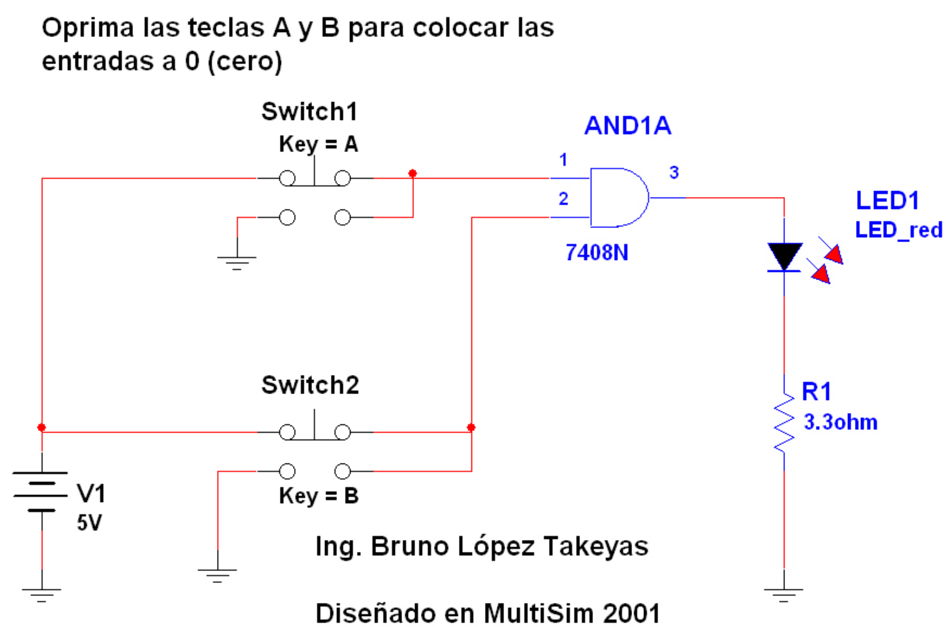
2-entrada XOR
7486

SOFTWARE PARA EL DISEÑO DE CIRCUITOS: MULTISIM

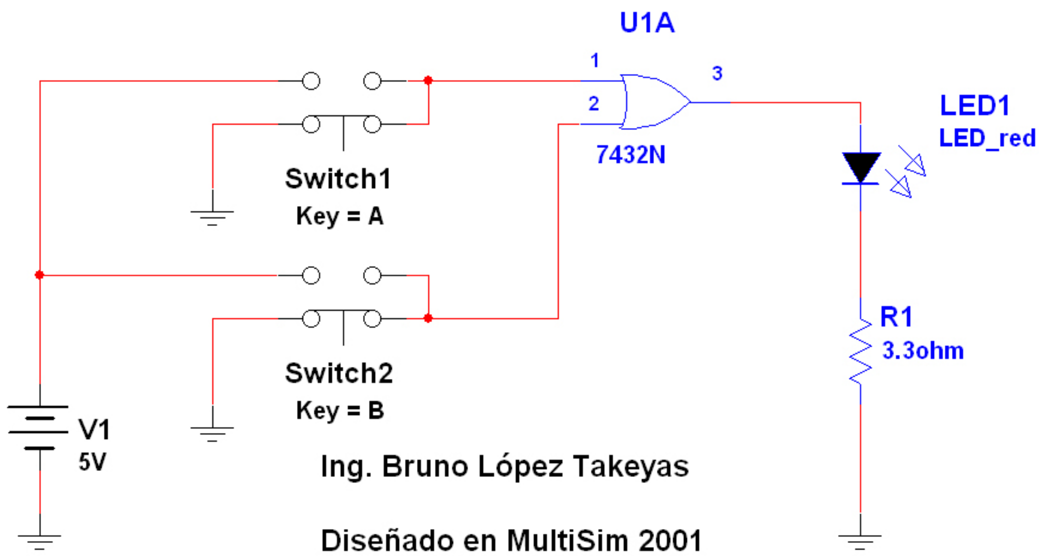


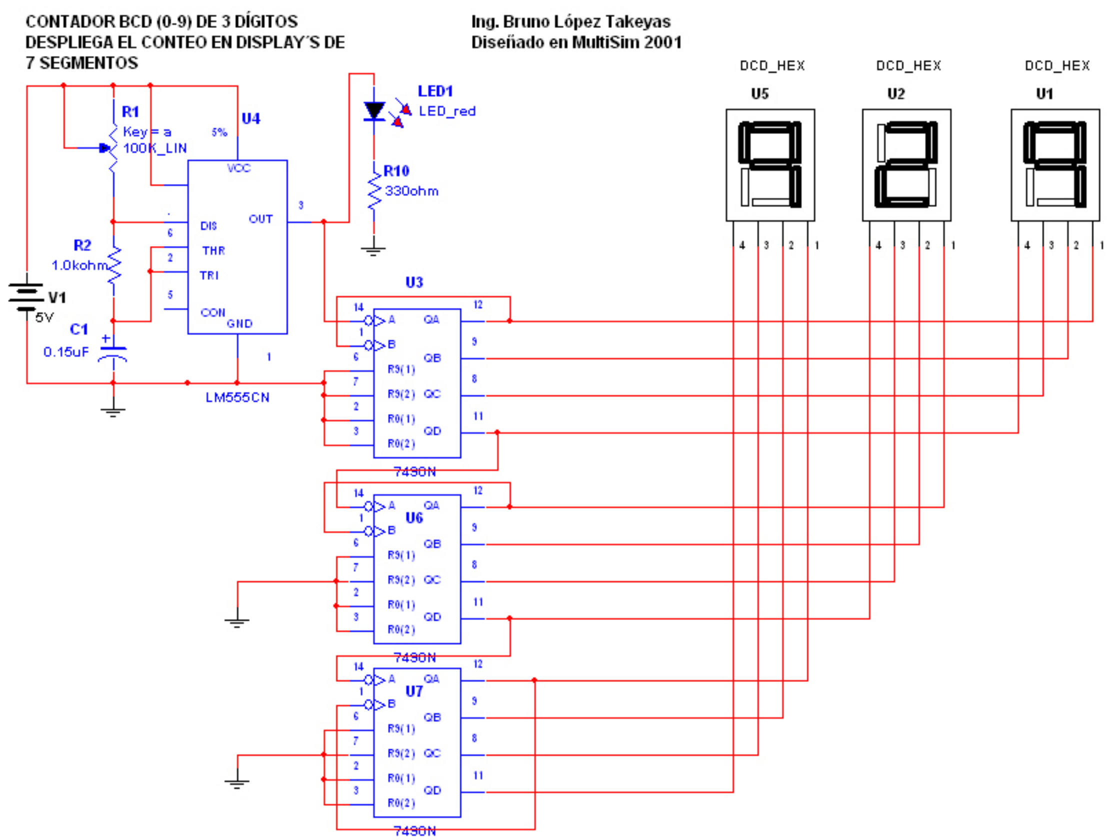
EJEMPLOS DE DISEÑOS EN MULTISIM



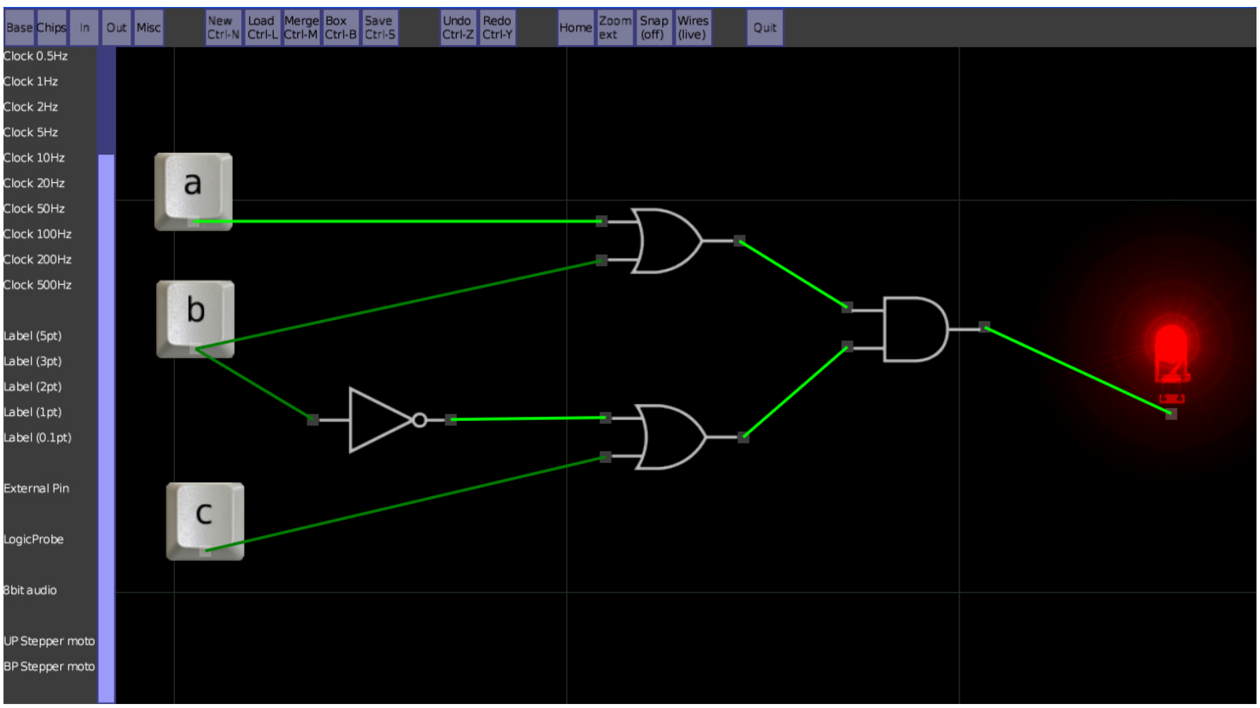


Oprima las teclas A y B para colocar las entradas a 0 (cero)





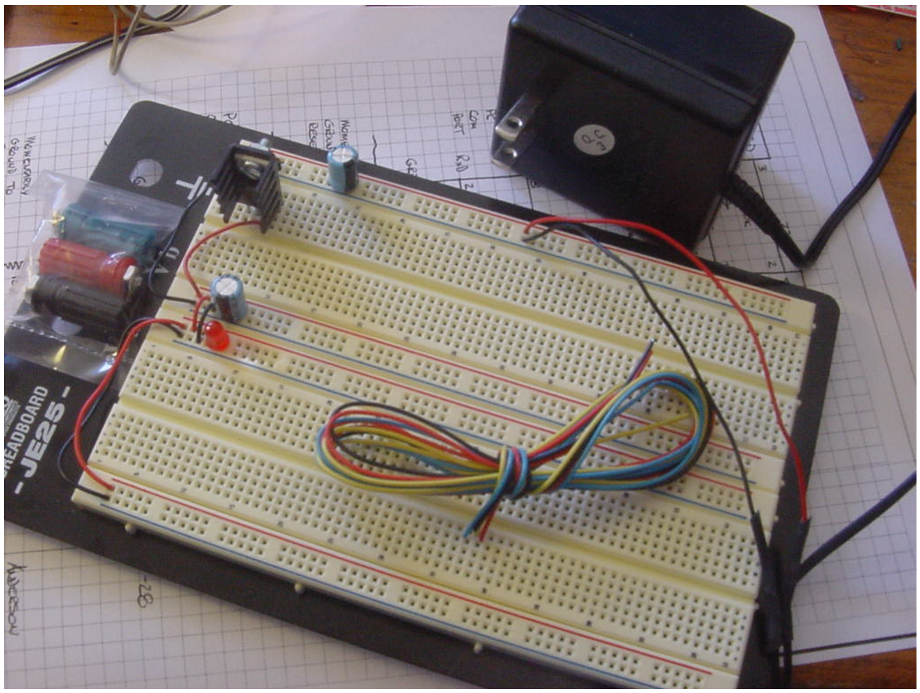
OTRO SOFTWARE PARA EL DISEÑO DE CIRCUITOS: ATANUA

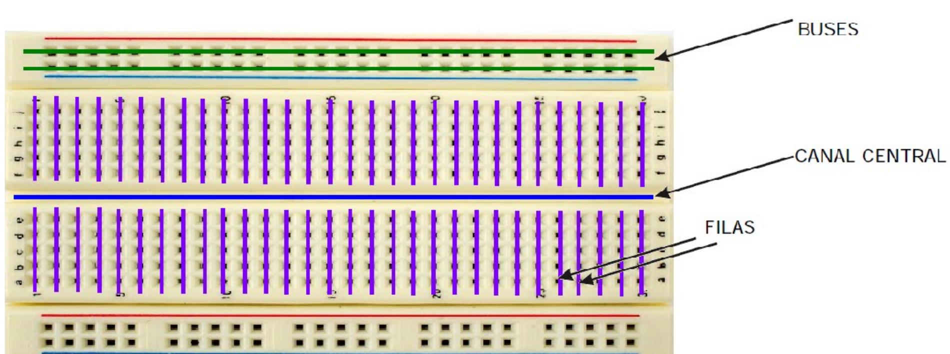


Descargar en:

http://atanua.softbull.com/

CÓMO ARMAR CIRCUITOS EN UN PROTOBOARD





BIBLIOGRAFÍA

- Constantini, Sandro. *Mapas de Karnaugh*. Universidad Metropolitana, Venezuela. Recuperado el 13 de octubre del 2011 de: http://medusa.unimet.edu.ve/sistemas/bpis03/mdkrepresentacion.htm
- Mano, Morris. *Diseño digital*. Tercera edición. Editorial Pearson-Prentice Hall. 2003.
- Jiménez Murillo, José A. *Matemáticas para la computación*. Primera edición. Editorial AlfaOmega. 2009.
- Ortega González, Luisa Stephany & Arcos García, José Emanuel. *Tutorial para la elaboración de funciones mediante la utilización de mapas de Karnaugh y tablas de verdad*. Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec, México. Recuperado el 13 de octubre de 2011 de http://www.youtube.com/watch?v=DwdyHY3-nGs
- Tocci, Ronald J. *Sistemas digitales. Principios y aplicaciones*. Tercera edición. Editorial Prentice Hall. 1987.
- Turón, Angelines. *Mapas de Karnaugh*. Universidad Politécnica de Madrid, España. Recuperado el 12 de octubre de 2011 de http://www.dma.fi.upm.es/java/matematicadiscreta/karnaugh/metodokar.htm